



Series €FGHE/C



Set-5

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65(B)**

रोल नं.

Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains **23** printed pages.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **38** questions.
- **Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं ।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं ।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं ।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं ।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं ।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है ।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. फलन $\sin^{-1}(2x)$ का प्रांत (domain) है :

(a) $[-1, 1]$

(b) $[0, 1]$

(c) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(d) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$



General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*
- (ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*
- (iii) *In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*
- (iv) *In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*
- (v) *In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*
- (vi) *In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*
- (vii) *In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*
- (ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. The domain of the function $\sin^{-1}(2x)$ is :

- (a) $[-1, 1]$
- (b) $[0, 1]$
- (c) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
- (d) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$



2. यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ k+1 & 0 & 4 \\ -5 & k & 0 \end{bmatrix}$ एक विषम सममित आव्यूह है, तो k का मान है :
- (a) 4 (b) 2
(c) -2 (d) -4
3. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ है, तो $|A|$ बराबर है :
- (a) 15 (b) -42
(c) 0 (d) 25
4. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ है तथा $A + A' = I$ है, तो α का मान है :
- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$
(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$
5. यदि A एक 2×3 आव्यूह है तथा B एक अन्य ऐसा आव्यूह है कि $A'B$ तथा BA' दोनों परिभाषित हैं, तो B की कोटि है :
- (a) 3×2 (b) 2×3
(c) 3×3 (d) 2×2
6. यदि $y = 3 \log \sqrt{\sin x}$ है, तो $x = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान है :
- (a) 3 (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{3}{2}$



2. If the matrix $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ k+1 & 0 & 4 \\ -5 & k & 0 \end{bmatrix}$ is a skew symmetric matrix, then the value of k is :

(a) 4 (b) 2
(c) -2 (d) -4

3. If $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$, then $|A|$ is equal to :

(a) 15 (b) -42
(c) 0 (d) 25

4. If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then the value of α is :

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$
(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

5. If A is a 2×3 matrix and B is another matrix such that both $A'B$ and BA' are defined, then order of B is :

(a) 3×2 (b) 2×3
(c) 3×3 (d) 2×2

6. If $y = 3 \log \sqrt{\sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x = \frac{\pi}{4}$ is :

(a) 3 (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{3}{2}$



7. वह कोण θ , $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, जिसकी बढ़ने की दर उसके साइन (ज्या) की बढ़ने की दर की दुगुनी है, है :

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

8. k का वह मान जिसके लिए फलन f , जो कि :

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त है, $x = \pi$ पर सतत है, है :

- (a) $\frac{2}{\pi}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$
(c) $-\frac{2}{\pi}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

9. यदि $y = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

- (a) 2 (b) $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$
(c) $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ (d) $\sqrt{1-x^2}$

10. एक गोलाकार बुलबुले की त्रिज्या r के सापेक्ष इसके आयतन के परिवर्तन की दर, जबकि $r = 3 \text{ cm}$ है, है :

- (a) $24 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$ (b) $36 \pi \text{ cm}^2/\text{cm}$
(c) $36 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$ (d) $24 \pi \text{ cm}^2/\text{cm}$



7. An angle θ , $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, which increases twice as fast as its sine, is :

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

8. The value of k for which the function f , given by

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at $x = \pi$, is :

- (a) $\frac{2}{\pi}$ (b) $-\frac{\pi}{2}$
(c) $-\frac{2}{\pi}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

9. If $y = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

- (a) 2 (b) $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$
(c) $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ (d) $\sqrt{1-x^2}$

10. The rate of change of the volume of a spherical bubble with respect to its radius r at $r = 3$ cm is :

- (a) $24 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$ (b) $36 \pi \text{ cm}^2/\text{cm}$
(c) $36 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$ (d) $24 \pi \text{ cm}^2/\text{cm}$



11. $\int \cot^2 x \, dx$ बराबर है :

(a) $-\cot x + x + C$

(b) $-\cot x - x + C$

(c) $\cot x - x + C$

(d) $\cot x + x + C$

12. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{5 + 2x + x^2}$ का मान है :

(a) $\frac{\pi}{8}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $\frac{\pi}{2}$

13. अवकल समीकरण $3x^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + 5 \frac{d^3y}{dx^3} + 9 = 0$ की कोटि तथा घात का योगफल है :

(a) 5

(b) 6

(c) 4

(d) 2

14. अवकल समीकरण $dy = y \tan x \, dx$; $y = 1$ जब $x = 0$, का एक विशिष्ट हल है :

(a) $y = 0$

(b) $y = 1 + \sec x$

(c) $y = \sec x$

(d) $y \cos x = 0$

15. यदि एक मात्रक सदिश \vec{a} , \hat{i} से $\frac{\pi}{3}$, \hat{j} से $\frac{\pi}{4}$ तथा \hat{k} से न्यूनकोण θ बनाता है, तो θ का मान है :

(a) $\frac{\pi}{3}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{2}$

(d) $\frac{\pi}{6}$



11. $\int \cot^2 x \, dx$ equals :

- (a) $-\cot x + x + C$ (b) $-\cot x - x + C$
(c) $\cot x - x + C$ (d) $\cot x + x + C$

12. The value of $\int_{-1}^1 \frac{dx}{5 + 2x + x^2}$ is :

- (a) $\frac{\pi}{8}$ (b) $\frac{\pi}{4}$
(c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

13. The sum of the order and the degree of the differential equation

$$3x^2 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 + 5 \frac{d^3 y}{dx^3} + 9 = 0 \text{ is :}$$

- (a) 5 (b) 6
(c) 4 (d) 2

14. A particular solution of the differential equation $dy = y \tan x \, dx$; $y = 1$ when $x = 0$, is :

- (a) $y = 0$ (b) $y = 1 + \sec x$
(c) $y = \sec x$ (d) $y \cos x = 0$

15. If a unit vector \vec{a} makes angles $\frac{\pi}{3}$ with \hat{i} , $\frac{\pi}{4}$ with \hat{j} and an acute angle θ with \hat{k} , then the value of θ is :

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{4}$
(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{6}$



16. दो बिंदुओं A तथा B के स्थिति सदिश क्रमशः $(2\vec{a} + \vec{b})$ तथा $(\vec{a} - 3\vec{b})$ हैं। बिंदु C जो कि AB को 1 : 2 में बाह्य रूप से बाँटता है, का स्थिति सदिश है :

- (a) $-3\vec{a} - 5\vec{b}$ (b) $-7\vec{b}$
 (c) $\frac{1}{3}(5\vec{a} - \vec{b})$ (d) $(3\vec{a} + 5\vec{b})$

17. λ का वह मान, जिसके लिए, तीन बिंदु A, B तथा C जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $(3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k})$, $(\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k})$ तथा $(-\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ हैं, संरेख हैं, है :

- (a) 4 (b) 1
 (c) 3 (d) 2

18. एक रेखा जिसके कार्तीय समीकरण $3x - 3 = 2y + 1 = 5 - 6z$ हैं, के दिक् अनुपात हैं :

- (a) 2, 3, -1 (b) 3, -2, 1
 (c) 2, 1, -3 (d) 3, 2, -1

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए।

- (a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
 (b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या **नहीं** करता है।
 (c) अभिकथन (A) सही है और तर्क (R) ग़लत है।
 (d) अभिकथन (A) ग़लत है और तर्क (R) सही है।



16. The position vectors of two points A and B are $(2\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - 3\vec{b})$ respectively. The position vector of a point C which divides AB externally in the ratio 1 : 2 is :
- (a) $-3\vec{a} - 5\vec{b}$ (b) $-7\vec{b}$
(c) $\frac{1}{3}(5\vec{a} - \vec{b})$ (d) $(3\vec{a} + 5\vec{b})$
17. The value of λ for which the points A, B and C having position vectors $(3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k})$, $(\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k})$ and $(-\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ respectively are collinear, is :
- (a) 4 (b) 1
(c) 3 (d) 2
18. The direction ratios of a line whose Cartesian equations are $3x - 3 = 2y + 1 = 5 - 6z$, are :
- (a) 2, 3, -1 (b) 3, -2, 1
(c) 2, 1, -3 (d) 3, 2, -1

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.
(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.



19. अभिकथन (A) : बिंदुओं (1, 2, 3) तथा (3, 0, 2) से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण है $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$.
- तर्क (R) : स्थिति सदिश \vec{a} तथा \vec{b} वाले बिंदुओं से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण है $\vec{r} = \vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a})$.
20. अभिकथन (A) : A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ प्रदत्त हैं तथा $P(A) = 0.3$ तथा $P(B) = 0.6$ है, तो $P(A \text{ और नहीं } B) = 0.12$ है ।
- तर्क (R) : दो स्वतंत्र घटनाओं A तथा B के लिए $P(A \text{ और } B) = P(A) \cdot P(B)$.

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. (a) माना एक संबंध R, $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N} \text{ और } x + 3y = 12\}$ द्वारा प्रदत्त है । R का प्रांत तथा परिसर ज्ञात कीजिए ।

अथवा

- (b) दर्शाइए कि फलन $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$ न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है ।

22. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए ।

23. यदि $y = x^x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} = 0$.



- 19.** *Assertion (A) :* The vector equation of a line passing through the points (1, 2, 3) and (3, 0, 2) is

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}).$$

Reason (R) : Equation of a line passing through two points with position vectors \vec{a} and \vec{b} is $\vec{r} = \vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a})$.

- 20.** *Assertion (A) :* Given two independent events A and B such that $P(A) = 0.3$ and $P(B) = 0.6$, then $P(A \text{ and not } B) = 0.12$.

Reason (R) : For two independent events A and B, $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

- 21.** (a) Let the relation R be given as

$R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N} \text{ and } x + 3y = 12\}$. Find the domain and range of R.

OR

- (b) Show that the function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$ is neither one-one nor onto.

- 22.** Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew-symmetric matrix.

- 23.** If $y = x^x$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} = 0$.



24. सदिश $\vec{a} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ को दो ऐसे सदिशों के योग के रूप में व्यक्त कीजिए जिनमें से एक सदिश $\vec{b} = (3\hat{i} + \hat{k})$ के समांतर हो तथा दूसरा सदिश \vec{b} के लंबवत हो ।

25. (a) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{2}$; $\frac{x-5}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{6}$ द्वारा दी गई रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

अथवा

- (b) यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{2y-2}{4k} = \frac{3-z}{-2}$ तथा $\frac{x-1}{3k} = \frac{3y-1}{6} = \frac{z-6}{-5}$ परस्पर लंबवत् हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें प्रदत्त फलन $f(x) = \sin 3x$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में (a) वर्धमान है (b) हासमान है ।

27. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x-5}{(x-2)^4} e^x dx$$



- 24.** Express the vector $\vec{a} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ as the sum of two vectors such that one is parallel to the vector $\vec{b} = (3\hat{i} + \hat{k})$ and the other is perpendicular to \vec{b} .

- 25.** (a) Find the angle between the pair of lines given by

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{2}; \frac{x-5}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{6}.$$

OR

- (b) If the lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{2y-2}{4k} = \frac{3-z}{-2}$ and

$$\frac{x-1}{3k} = \frac{3y-1}{6} = \frac{z-6}{-5}$$
 are perpendicular to each other, find the value of k.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

- 26.** Find the intervals in which the function given by

$$f(x) = \sin 3x, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \text{ is (a) increasing (b) decreasing.}$$

- 27.** Find :

$$\int \frac{x-5}{(x-2)^4} e^x dx$$



28. (a) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2}{(1-x)(1+x^2)} dx$$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए :

$$\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$$

29. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^\pi \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$$

30. (a) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y - x \tan \frac{y}{x}$ को हल कीजिए ।

अथवा

(b) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x + \sin x$, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ है ।

31. (a) A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{7}{12}$ तथा $P(A \text{ नहीं या } B \text{ नहीं}) = \frac{1}{4}$ है । ज्ञात कीजिए कि क्या A तथा B (i) परस्पर अपवर्ती हैं (ii) स्वतंत्र घटनाएँ हैं ।

अथवा

(b) एक सिक्के को दो बार उछालने पर प्राप्त होने वाले पटों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए ।



28. (a) Find :

$$\int \frac{2}{(1-x)(1+x^2)} dx$$

OR

(b) Find :

$$\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$$

29. Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$$

30. (a) Solve the differential equation $x \frac{dy}{dx} = y - x \tan \frac{y}{x}$.

OR

(b) Find the particular solution of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x + \sin x$; given $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

31. (a) Let A and B be the events such that $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{7}{12}$ and $P(\text{not } A \text{ or not } B) = \frac{1}{4}$. Find whether A and B are (i) mutually exclusive (ii) independent.

OR

(b) Find the mean of the number of tails in two tosses of a coin.



खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (a) माना एक संबंध R , सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय \mathbb{R} में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित है।

दर्शाए कि R न तो स्वतुल्य है, न ही सममित है और न ही संक्रामक है।

अथवा

- (b) माना समुच्चय $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ है तथा $A \times A$ में एक संबंध R इस प्रकार परिभाषित है कि सभी (a, b) तथा $(c, d) \in A \times A$ के लिए $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।

33. समाकलन के प्रयोग से, वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

34. रैखिक प्रोग्रामन समस्या :

$Z = 3x + 9y$ का व्यवरोधों $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 10$, $x \leq y$ तथा $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अंतर्गत अधिकतमीकरण तथा न्यूनतमीकरण, आलेख द्वारा करने पर सुसंगत क्षेत्र ABCD के शीर्ष $A(0, 10)$, $B(5, 5)$, $C(15, 15)$ तथा $D(0, 20)$ आते हैं। वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिन पर Z का अधिकतम तथा न्यूनतम मान आता है तथा यह मान भी ज्ञात कीजिए।

35. (a) दर्शाइए कि रेखाएँ $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} + \mu(\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$ परस्पर प्रतिच्छेदी नहीं है।

अथवा

- (b) बिंदु $(3, -1, 11)$ से रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ पर खींचे गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। अतः इस लंब रेखा का समीकरण भी लिखिए।



SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

- 32.** (a) Let R be a relation in \mathbb{R} , the set of all real numbers, defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$.

Show that R is neither reflexive, nor symmetric and nor transitive.

OR

- (b) Let set $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ and R be a relation in $A \times A$, defined by $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ for all (a, b) and $(c, d) \in A \times A$. Prove that R is an equivalence relation.

- 33.** Using integration, find the area enclosed by the curve

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

- 34.** While solving the linear programming problem Minimise and Maximise $Z = 3x + 9y$, subject to the constraints $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 10$, $x \leq y$ and $x \geq 0$, $y \geq 0$ graphically, the corner points of the feasible region ABCD are $A(0, 10)$, $B(5, 5)$, $C(15, 15)$ and $D(0, 20)$. Find the minimum value and the maximum value of Z along with the corresponding corner points.

- 35.** (a) Show that the lines $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} + \mu(\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$ do not intersect.

OR

- (b) Find the coordinates of the foot of perpendicular drawn from the point $(3, -1, 11)$ to the line $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$. Hence, write the equation of this perpendicular line.



खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

- 36.** एक पेशेवर टाइपिस्ट जिसकी एक व्यस्त बाज़ार में दुकान है, ने 8 अंग्रेजी तथा 4 हिन्दी के पृष्ठ टाइप करने के ₹ 200 लिए जबकि 5 अंग्रेजी तथा 10 हिन्दी के पृष्ठ टाइप करने के ₹ 275 लिए।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) यदि वह अंग्रेजी के एक पृष्ठ के ₹ x तथा हिन्दी के एक पृष्ठ के ₹ y लेता है, तो उपर्युक्त को रैखिक समीकरण युग्म के रूप में व्यक्त कीजिए। 1
- (ii) इन समीकरणों से एक आव्यूह समीकरण $AX = B$ के रूप में व्यक्त कीजिए। 1
- (iii) (a) $|A|$ ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (iii) (b) $(\text{adj } A)$ ज्ञात कीजिए। 2



SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

- 36.** A professional typist having his shop in a busy market charges ₹ 200 for typing 8 English and 4 Hindi pages, while he charges ₹ 275 for typing 5 English and 10 Hindi pages.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) If he charges ₹ x for one page of English and ₹ y for one page of Hindi, express the above as a pair of linear equations. 1

- (ii) Express the information in terms of matrix equation $AX = B$. 1

- (iii) (a) Find $|A|$. 2

OR

- (iii) (b) Find $(\text{adj } A)$. 2



प्रकरण अध्ययन – 2

37. रविंद्र ने LED बल्ब बनाने की एक छोटी-सी फैक्टरी लगाई। वह x बल्बों को ₹ $(300 - x)$ प्रत्येक बल्ब के भाव बेच पाता है, जबकि x बल्बों का क्रय मूल्य ₹ $(2x^2 - 60x + 18)$ है।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) x बल्ब बेचने में उसका लाभ फलन $P(x)$ ज्ञात कीजिए। 1
- (ii) $\frac{d}{dx} [P(x)]$ क्या है ? 1
- (iii) (a) अधिकतम लाभ के लिए उसे कितने बल्ब बेचने होंगे ? 2

अथवा

- (iii) (b) यदि उसे ₹ 18 की हानि हो रही है, तो वह कितने बल्ब बेच रहा है ? 2

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक दुकानदार तीन प्रकार के फूलों के बीज A_1 , A_2 तथा A_3 बेच रहा है। यह बीज एक मिश्रण के रूप में बेचे जाते हैं जिनमें इन बीजों का क्रमशः अनुपात 4 : 4 : 2 हैं। इन बीजों के अंकुरित होने की दर क्रमशः 45%, 60% तथा 35% है।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) एक यादृच्छया चुने गए बीज के अंकुरित होने की प्रायिकता क्या है ? 2
- (ii) यदि यह दिया है कि यादृच्छया चुना गया बीज अंकुरित हुआ है, तो इसके A_1 प्रकार के होने की क्या प्रायिकता है ? 2



Case Study – 2

- 37.** Ravindra started to run a small factory of manufacturing LED bulbs. He can sell x bulbs at a price of ₹ $(300 - x)$ each. The cost price of x bulbs is ₹ $(2x^2 - 60x + 18)$.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Find the profit function $P(x)$ for selling x bulbs. 1
- (ii) What is $\frac{d}{dx} [P(x)]$? 1
- (iii) (a) How many bulbs should he sell to earn maximum profit ? 2

OR

- (iii) (b) How many bulbs is he selling if he is incurring a loss of ₹ 18 ? 2

Case Study – 3

- 38.** A shopkeeper sells three types of flower seeds A_1 , A_2 and A_3 . They are sold as a mixture where the proportions are 4 : 4 : 2 respectively. The germination rates of the three types of seeds are 45%, 60% and 35%.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) What is the probability of a randomly chosen seed to germinate ? 2
- (ii) What is the probability that the randomly selected seed is of type A_1 , given that it germinates ? 2