MP BOARD CLASS 10 MATHEMATICS SOLUTION-2018

म. प्र. बोर्ड कक्षा 10 गणित सॉल्यूशन-2018

निर्देश: (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न हैं।

(3) प्रश्न क्रमांक 6 से 26 में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।

(4) जहाँ आवश्यक हो वहाँ स्वच्छ एवं नामांकित चित्र बनाइये।

प्र. 1 सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए: (1×5=5)

(i) जब $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ तो समीकरण निकाय $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0.$

(a) के दो हल होंगे (b) का कोई हल नहीं होगा

(c) के अनन्ततः अनेक हल होंगे (d) का अद्‌वितीय हल होगा

हल → (i) (c) के अनन्ततः अनेक हल होंगे

(ii) समीकरण $3x+2y=7$ में यदि $y=2$ हो, तो x का मान लिखिए।

(a) 1 (b) 2 (c) -1 (d) 3

हल → (ii) (a) 1

(iii) वर्ग समीकरण $x^2-7x-5=0$ का विविक्तकर हैं

(a) 17 (b) 69 (c) 29 (d) 20

हल → (iii) (b) 69

(iv) सभी वर्ग होते हैं

(a) सर्वांगसम (b) समान (c) समरूप (d) उपरोक्त सभी

हल → (iv) (c) समरूप

(v) किसी चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग होता हैं

(a) 360^o (b) 90^o (c) 180^o (d) 270^o

हल → (v) (c) 180^o

प्र.2 निम्नलिखित में सत्य/असत्य लिखिए: (1×5=5)

(i) बीजीय व्यंजक $x^2+3\sqrt{x}-4$ बहुपद नहीं हैं।

हल → (i) सत्य

(ii) संपत्ति कर अप्रत्यक्ष कर है।

हल → (ii) सत्य

(iii) जीवा के मध्यबिन्दु से वृत्त के केन्द्र को मिलाने वाली रेखाखण्ड जीवा पर लम्ब होती हैं।

हल → (iii) सत्य

(iv) घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊचाई।

हल → (iv) सत्य

(v) निम्नलिखित प्रेक्षणों का बहुलक 2 है:

2, 3, 4, 2, 12, 9, 7, 8, 9, 6, 9, 5, 9

हल → (v) असत्य

प्र.3 रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए: (1×5=5)

(i) 8, 12 का तृतीयानुपाती ..... हैं।

(ii) चक्रवृद्धि मिश्रधन = मूलधन × $\left(1+\frac{\text{---}}{100}\right)^{\text{समय}}$

(iii) सर्वांगसम आकृति ..... होती है।

(iv) यदि किसी वृत्त में दो जीवाएँ वृत्त के केन्द्र से बराबर दूरी पर हो, तो वे आपस में ..... होती हैं।

(v) किसी निश्चित घटना की प्राकता सदैव ..... होती हैं।

हल → (i) 18 (ii) दर (iii) समरूप (iv) समान्तर (v) 1

प्र.4 प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर लिखिए: (1×5=5)

(ii) $x-\frac{1}{x}$ का योज्य प्रतिलोम होगा

हल→ (i) $-x+\frac{1}{x}$

(ii) $\log\frac{m}{n}=$

हल→ (ii) $\log\frac{m}{n}=\log m-\log n$

(iii) एक घन की कोर 5 से.मी. है, तो उसका आयतन क्या होगा?

हल→ (iii) घन की कोर $a=5cm$

आयतन $=a^3=(5)^3=5\times5\times5$

$=125cm^3$

(iv) वृत्त का चाप, चाप द्वारा केन्द्र पर बना कोण और त्रिज्या में संबंध होता हैं

हल → (iv) कोण $(\theta)=\frac{\text{चाप }(x)}{\text{त्रिज्या }(\pi)}$

(v) उन्नयन कोण किसे कहते हैं?

हल → (v) उन्नयन कोण- ''जब वस्तु आँख की क्षैतिज रेखा के ऊपर हो तो उसे देखने के प्रक्रम में हमारी दृष्टिरेखा जिस कोण से ऊपर को मुड़ जाती है, उसे उन्नयन कोण कहते है।

प्र.5 सही जोड़ी बनाइए: (1×5=5)

स्तम्भ (अ)		स्तम्भ (ब)	
(i)	$\sin^2 45^0+\cos^2 45^0$	(a)	0
(ii)	$\cot(90^0-\theta)$	(b)	$\text{cosec}^2\theta$
(iii)	$\cos\theta\cos(90^0-\theta)-\sin\theta\sin(90^0-\theta)$	(c)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
(iv)	$1+\cot^2\theta$	(d)	1
(v)	$\cos30^0$	(f)	$\tan\theta$

हल →

स्तम्भ (अ)		स्तम्भ (ब)	
(ii)	$\sin^2 45^0+\cos^2 45^0$	(d)	1
(ii)	$\cot(90^0-\theta)$	(f)	$\tan\theta$
(iii)	$\cos\theta\cos(90^0-\theta)-\sin\theta\sin(90^0-\theta)$	(a)	0
(iv)	$1+\cot^2\theta$	(b)	$\text{cosec}^2\theta$
(v)	$\cos30^0$	(c)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

प्र.6 समरूपता का क्या अर्थ है?

हल →

समरूपता → वे आकृतियाँ जिनका आकार समान हो किन्तु विस्तार या माप या परिमाप अलग-अलग हो, समरूप कहलाती है। तथा उनका यह प्रगुण समरूपता कहलाता है।

अथवा

बहुभुज की समरूपता के लिये कौन-कौन से प्रतिबंध है?

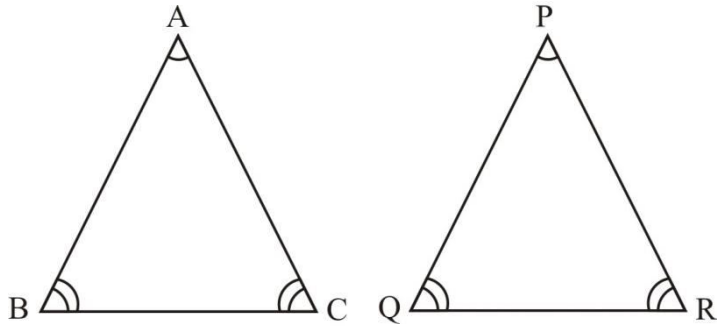
बहुभुज की समरूपता के लिए प्रतिबंध →

(i) उनके संगत कोण बराबर हो और

(ii) उनकी संगत भुजाओं की लम्बाइयाँ आनुपातिक हों।

प्र.7 दो समरूप त्रिभुजों के परिमाप क्रमशः 30 से.मी. और 20 से.मी. है। यदि एक त्रिभुज की एक भुजा की लम्बाई 12 से.मी. हो, तो दूसरे त्रिभुज की संगत भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (2)

हल →



दो ΔABC एवं ΔPQR में

$$\frac{AB+BC+AC}{PQ+QR+PR}=\frac{30}{20}$$

भुजा $AB=12cm$

अभीष्ट है: PQ की लम्बाई ज्ञात करना।

उपपत्ति - $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

$\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}=\frac{AC}{PR}$ (समरूपता प्रमेय से)

$$\frac{AB+BC+AC}{PQ+QR+PR}=\frac{AB}{PQ}$$

$$\frac{30}{20}=\frac{12}{PQ}$$

$$PQ=\frac{12\times 20}{30}=8cm$$

अभीष्ट संगत भुजा $= 8$ cm

अथवा

आधारभूत आनुपातिक प्रमेय (थेल्स प्रमेय) का कथन लिखिए।

हल→

आधारभूत अनुपातिक प्रमेय (थेल्स प्रमेय) →

एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गयी रेखा अन्य दो भुजाओं को जिन दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है, वे बिन्दु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करते हैं।

प्र.8 जाँच कीजिए कि क्या 6 से.मी. और 10 से.मी. समकोण त्रिभुज की भुजाएँ है? (2)

हल→

दिया है: सबसे बड़ी भुजा **= 10 cm =** कर्ण

$(\text{कर्ण})^2 = (10)^2 = 100$ ..... (1)

अब $(\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2 = 8^2+6^2$

$= 64+36=100$ ..... (2)

सभी (1) व (2) से

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$

ΔABC समकोण Δ होगा।

अथवा

त्रिभुज ACB एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें $AC = BC$, यदि $AB^2 = 2AC^2$ तो सिद्ध कीजिए कि ΔACB एक समकोण त्रिभुज हैं।

हल→

दिया है: $AB^2 = 2AC^2$

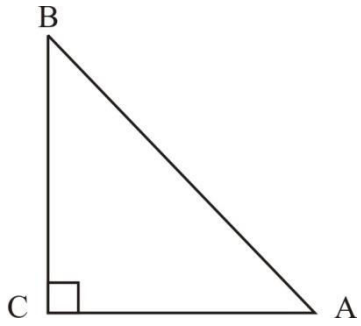
$= AC^2 + AC^2$

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

दिया है $AC = BC$

$\angle ACB = 90^0$ (पायथागोरस प्रमेय के विलोम से)

ΔABC समकोण Δ होगा



प्र.9 निम्नलिखित मानों की माध्यिका ज्ञात कीजिए: (2)

15, 35, 18, 26, 19, 25, 29, 20, 27

हल →

पदों को आरोही क्रम में रखने पर 15, 18, 19, 20, 25, 26, 27, 29, 35

पदों की संख्या = 9

मध्यिका = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$वे पद का मान

= $\left(\frac{9+1}{2}\right)$वे पद का मान

= 25वे पद का मान

= 25

अथवा

समांतर माध्य की दो विशेषताएँ लिखिए।

हल →

समांतर माध्य की दो विशेषताएँ →

(1) इसके परिकलन में आँकड़ों को क्रमबद्ध करने की आवश्यकता नहीं होती है।

(2) इसे सरलता से अभिकलित किया जा सकता है।

प्र.10 एक पाँसे को एक बार फेकने पर सम अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (2)

हल →

एक पासे को फेकने पर सम अंक आने की प्रायिकता निम्नानुसार ज्ञात की जा सकती है-

प्रतिदर्श समष्टि $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$n(S) = 6$

सम अंक आने की घटना $A = \{2, 4, 6\}$

$n(A) = 3$

प्रायिकता $= P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

अथवा

एक सिक्के के एक बार उछाले जाने पर चित और पट एक साथ आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल →

प्रतिदर्श समष्टि $S = \{H,T\}$

$n(S) = 2$

चित पर एक साथ आने की प्रायिकता $A = \{.....\}$

$n(A) = 0$

प्रायिकता $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{2} = 0$

प्र.11 एक वृत्त के केन्द्र से 8 से.मी. की दूरी पर 30 से.मी. लम्बाई की जीवा खींची गई हैं। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (3)

हल:-

$\overline{AL} = \overline{LB} = 15cm$

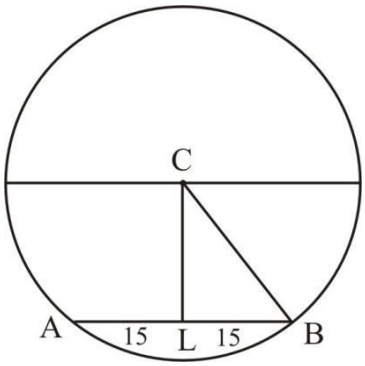
$\overline{CL} = 8cm$

त्रिज्या $\overline{CB} = ?$

समकोण ΔCLB में

$$CB^2 = CL^2 + LB^2$$
$$= 8^2 + 15^2$$
$$= 64 + 225$$
$$= 289$$
$$\therefore \quad CB = 17cm$$

वृत की त्रिज्या $= 17cm$

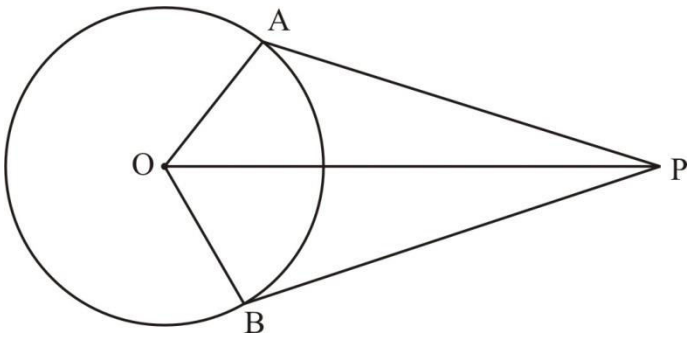


अथवा

सिद्ध कीजिए कि, किसी वृत्त के बाह्य बिन्दु से खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ तुल्य होती है।

ज्ञात →

O वृत का केन्द्र है। P बाह्य बिन्दु है। बिन्दु P से वृत पर दो स्पर्श रेखाएँ PA और PB खींची गई है जो वृत को क्रमशः A और B पर स्पर्श करती है।



सिद्ध करना है $\overline{PA} = \overline{PB}$.

रचना →

केन्द्र O को बिन्दुओं A, B व P से मिलाया।

उपपत्ति →

Θ किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से खींची गई त्रिज्या पर लम्ब होती है।

अतः $\angle OAP = \angle OBP = 90^0$

अब ΔAOP और ΔBOP में

$OA = OB$ (एक वृत की त्रिज्याएँ)

$OP = OP$ (उभयनिष्ठ)

$\angle OAP = \angle OBP = 90^0$

$\therefore \Delta AOP = \Delta BOP$ (समकोण कर्ण भुजा सर्वांगसमता)

अतः $\overline{AP} = \overline{BP}$

अर्थात दोनो स्पर्श रेखाएँ आपस में बराबर है।

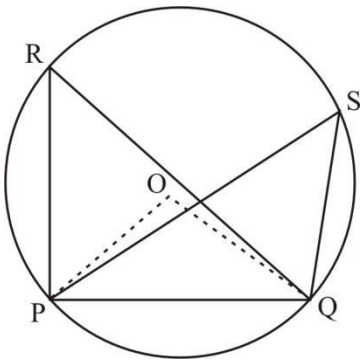
पुनः $\angle APO = \angle BPO$

इस प्रकार वृत का केन्द्र दोनो स्पर्श रेखाओं के बीच के कोण के अर्धक पर स्थित होता है।

प्र.12 सिद्ध कीजिए कि, वृत्त की एक ही अवधा पर बने कोण आपस में बराबर होते हैं। (3)

ज्ञात है →

वृत $C(o,r)$ में एक ही वृत खण्ड $PRSQ$ में दो कोण $\angle PRQ$ एवं $\angle PSQ$



सिद्ध करना है →

$\angle PRQ = \angle PSQ$

रचना→ रेखाखण्ड OP एवं OQ खीचिए।

उपपत्ति→ वृत के किसी चाप द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण उसी चाप द्वारा शेष परिधि पर अन्तरित कोण का दोगुना होता हैं।

$\angle POQ = 2\angle PRQ$ .....(1)

$\angle POQ = 2\angle PSQ$ .....(2)

$\angle PRQ = \angle PSQ$ समी. (1) व (2) से

इति सिद्धम

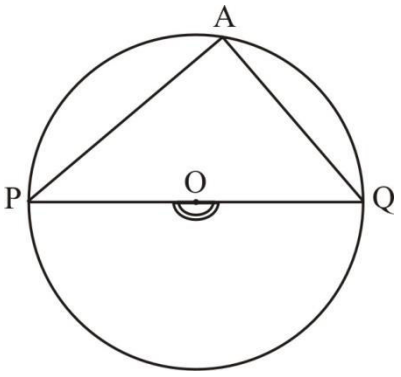
अथवा

सिद्ध कीजिए कि, अर्द्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता हैं।

हल→

ज्ञात हैः O वृत का केन्द्र है।

चाप PQ द्वारा केन्द्र O पर $\angle POQ$ और अर्धवृत की परिधि के बिन्दु $\angle PAQ$ पर A बना है। इस कोण को अर्धवृत्त का कोण भी कहते है।



सिद्ध करना→ $\angle PAQ = 90^0$

उपपत्तिः हम जानते है कि वृत के किसी चाप द्वारा वृत के केन्द्र पर बना कोण उसी चाप द्वारा परिधि के शेष भाग में किसी बिन्दु पर बने कोण का दुगना होता है।

अतः $\angle POQ = 2\angle PAQ = \angle PAQ = \frac{1}{2}\angle POQ$

परन्तु $\angle PAQ = \frac{1}{2}\angle POQ = \frac{1}{2}180^0$ (सरल रेखांत)

$= 90^0$ (समकोण)

$\overset{\frown}{PAQ}$ अर्धवृत है।

अर्धवृत का कोण समकोण होता है।

प्र.13 यदि पाँच प्रेक्षणों () का माध्य 11 हैं, तो () का मान निकालिए। (3)

हल→

प्रश्नानुसार माध्य $=\frac{\sum x}{n}$

$$11=\frac{x+(x+2)+(x+4)+(x+6)+(x+8)}{5}$$

$$5x+20=5\times11=55$$

$$5x=55-20=35$$

$$x=\frac{35}{5}=7$$

x का अभीष्टमान =7

अथवा

47, 53, 49, 60, 39, 42, 53, 52, 50, 55 का समांतर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल→ समांतर माध्य $\bar{x}$

$$=\frac{47+53+49+60+39+42+53+52+50+55}{10}$$

$$=\frac{503}{10}=50.3$$

अभीष्ट माध्य $=50.3$

प्र.14 निम्नलिखित बारम्बारता बंटन सारणी की माध्यिका ज्ञात कीजिए: (3)

चर X	4	6	8	10	12	14	16
बारम्बारता F	2	4	5	3	2	1	4

हल→

चर X	बारम्बारता F	संचयी बारंबारता F
4	2	2
6	4	6
8	5	11
10	3	14
12	2	16
14	1	17
16	4	21
योग	21	

चूँकि $N=21$ एक विषम संख्या है।

इसलिए $\frac{N+1}{2}=\frac{21+1}{2}=\frac{22}{2}=11$ 11वा पर

11वा पद 8 है।

अभीष्ट माध्यिका =8

अथवा

माध्यिका के दो गुण एवं एक दोष लिखिए।

हल→

माध्यिका के गुण →

(1) इसकी गणना सरल है।

(2) यह सुपारभाषित है।

(3) बड़े व छोटे पदो से यह प्रभावित नहीं होता।

माध्यिका के दोष →

(1) आंकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने में अतिरिक्त कार्य करना होता है।

(2) गणितीय गणनाओं के लिए उपयुक्त नहीं है।

(3) यह अनुमानित माध्य है।

प्र.15 प्रतिस्थापन विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए: (4)

$x+y=7$

$3x-2y=11$

हल→

$x+y=7$ .....(1)

$3x-2y=11$.....(2)

समीकरण (1) से

$y=7-x$ .....(3)

y का मान समीकरण (2) में रखने पर

$3x-2(7-x)=11$

$3x-14+2x=11$

$3x+2x=11+14$

$5x=25$

$x=\frac{25}{5}=5$

x का मान समी. (3) में रखने पर

$y=(7-5)=2$

अभीष्ट हल x=5 एवं y=2

अथवा

यदि ΔABC में $\angle C=2\angle B=\angle A=\angle B+20$, तो त्रिभुज के सभी तीनों कोण ज्ञात कीजिए।

हल →

ΔABC में $\angle C=2\angle B=\angle A=\angle B+20$

माना $\angle A=x^6$ $\angle B=y^0$

$\angle C=180^0-(x+y)$

$\Theta\Delta$ के तीनो कोणों का योग 180^0 होता है।

अब प्रश्नानुसार

$\angle C=2\angle B$

$180-(x+y)=2y$

$x+3y=180$

समी. (1) में से समीकरण (2) घटाने पर

$4y=200$

$y=\frac{200}{4}=50\Rightarrow\angle B=50$

Y का मान समी. (2) में रखने पर

$x-50=-20$

$x=50-20=30\Rightarrow\angle A=30$

$\angle C=2\times\angle B$

$\angle C=2\times50=100$

प्र.16 किसी भिन्न के अंश में 2 घटाने और हर में 3 जोड़ने पर वह $\frac{1}{4}$ हो जाता हैं, और अंश में 6 जोड़ने और हर को 3 से गुणा करने पर वह $\frac{2}{3}$ हो जाता हैं। भिन्न ज्ञात कीजिए। (4)

हल→

माना भिन्न का अंश X तथा हर Y है।

तो भिन्न $=\frac{x}{y}$ होगी

प्रथम प्रतिबंध के अनुसार

$\frac{x-2}{y+3}=\frac{1}{4}$

$4(x-2)=(y+3)\times1$

$4x-8=y+3$

$4x-y=11$ .....(1)

द्वितीय प्रतिबंध के अनुसार

$\frac{x+6}{3y}=\frac{2}{3}$

$3=(x+6)=2\times 3y$

$3x+18=6y$

$3x-6y=-18$

$x-2y=-6$ .....(2)

समीकरण $(1)\times 1\Rightarrow 4x-y=11$ .....(3)

समीकरण $(2)\times 4\Rightarrow \underset{-\quad +\quad +}{4x-8y=-24}$ .....(4)

$7y=35$

$y=5$

y के इस मान को समीकरण (1) में रखने पर

$4x-5=11$

$4x=11+5$

$x=\frac{16}{4}$

$x=4$

अतः भिन्न $=\frac{4}{5}$

अथवा

दो संख्याओं का योग 7 है। यदि इनका योग इनके अंतर का सात गुना हो, तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल→ मान लीजिए कि अभीष्ट संख्याएँ

x व y है तथा x > y तो

प्रश्नानुसार $x+y=7$ .....(1)

$x+y=7(x-y)$

$6x-8y=0$

$\left.\begin{array}{l}3x-4y=0 \\ 4x+4y=28\end{array}\right\}\begin{array}{l}.....(2)\\ .....(3)\end{array}\times$ 4 समी. (1) से

$7x=28$

$x=\frac{28}{7}=4$

x का मान समी. (1) में रखने पर

$4+y=7$

$y=7-4=3$

अतः अभीष्ट संख्याएँ 3 एवं 4 है।

प्र.17 यदि a और c का मध्यानुपाती b हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{a+c}{b}$। (6)

हल→

चूँकि a और c का मध्यानुपाती b है तो

$$b^2=ac$$

$$\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{a^2+ac}{ab}$$

$$\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{a(a+c}{ab}$$

$$\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{a+c}{b}$$

L.H.S. = R.H.S.

अथवा

यदि $\frac{x}{b+c}=\frac{y}{c+a}=\frac{z}{a+b}$ तो सिद्ध कीजिए कि $(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z=0$।

हल→ मान लीजिए

$$\frac{x}{b+c}=\frac{y}{c+a}=\frac{z}{a+b}=k$$

$$x=k(b+c), y=k(c+a), z=k(a+b)$$

$$L.H.S. = (b-c)x+(c-a)y+(a-b)z$$

$$= (b-c)k(b+c)+(c-a)k(c+a)+(a-b)k(a+b)$$

$$= k(b^2-c^2)+k(c^2-a^2)+k(a^2-b^2)$$

$$= k(b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2)$$

$$= k.0=0 \quad R.H.S.$$

प्र.18 निम्नलिखित समीकरण को सूत्र विधि से हल कीजिए। (4)

$$x^2-5x-6=0$$

हल→ समीकरण $x^2-5x-6=0$ में

$a=1,\ b=-5$ एवं $c=-6$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(1)(-b)}}{2(1)}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{2}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{49}}{2}$$

$$x=\frac{5\pm7}{2}$$

+ चिन्ह लेने पर

$$x=\frac{5+7}{2}$$

$$x=\frac{12}{2}$$

$$x=6$$

- चिन्ह लेने पर

$$x=\frac{5-7}{2}$$

$$x=\frac{-2}{2}$$

$$x=-1$$

अतः अभीष्ट हल x=6 अथवा -1

अथवा

यदि α,β वर्ग समीकरण $ax^2+bx+c=0$ के मूल हो, तो $\alpha^2+\beta^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल→ यदि α और β समीकरण

$ax^2+bx+c=0$ के मूल है

$$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}\quad \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

हम जानते है कि

$$\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$$

$$= (-b/2)^2-2\times c/a$$

$$= \frac{b^2}{a^2}-\frac{2c}{a}$$

$$= \frac{b^2-2ac}{a^2}$$

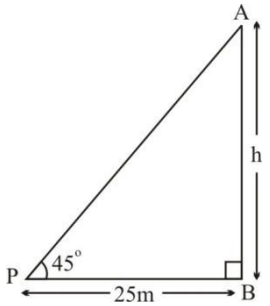
$$= \frac{(b^2-2ac)}{ca}$$

अतः अभीष्ट मान $=\frac{b^2-2ac}{ca}$

प्र.19 एक भवन के पाद से 25 मीटर की दूरी से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 45^0 है। भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (4)

हल→

माना भवन AB की ऊँचाई h मीटर है।



भवन से PB=25 मीटर दूरी से भवन के शिखर का उन्नयन कोण

$\angle APB = 45^0$

समकोण ΔABP में

$\frac{h}{25} = \tan 45 = 1$

$h = 25$ मीटर

अतः भवन की अभीष्ट ऊँचाई $=25$ मीटर।

अथवा

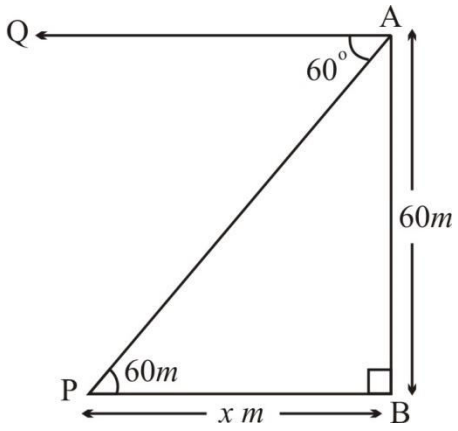
60 मीटर ऊँचे प्रकाश स्तम्भ की चोटी से एक जहाज का अवनमन कोण 60^0 है, तो प्रकाश स्तम्भ के पाद से जहाज की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल→

प्रकाश स्तम्भ AB की ऊँचाई AB=60m एवं बिन्दु A से एक जहाज P का की दूरी PB = x मीटर है

$\angle APB = \angle QAP = 60^0$

(एकांतर कोण है)



अब समकोण ΔABP में

$\frac{60}{x} = \tan 60^0 = \sqrt{3}$

$x = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}$

$= 20 \times 1.732$

$= 34.64$ मीटर

अतः अभीष्ट दूरी $= 20\sqrt{3}$ m. है।

प्र.20 वृत्त में चाप की लम्बाई एवं त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिनके केन्द्रीय कोण व त्रिज्या क्रमशः 60^0 व 6 से.मी. हैं। (4)

हल→

ज्ञात हैः $\theta = 60^0$ एवं $r = 6cm$

चाप की लम्बाई $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$= \frac{6}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 6$

$= \frac{44}{7} = 6\frac{2}{7} cm$

चाप की अभीष्ट लम्बाई $=6\frac{2}{7}cm$ है

त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल $=\frac{\pi r^2\times\theta}{360^0}$

$=\frac{22}{7}\times\frac{6\times\cancel{6}\times\cancel{60}}{\cancel{360}}$

$\cancel{6}$

$=\frac{132}{7}$

$=18.8cm$

त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल $=18.8cm$

अथवा

यदि a लम्बाई, b चौड़ाई और c ऊँचाई वाले घनाभ का आयतन V हो तथा संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल S हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{V}=\frac{2}{S}\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right]$।

हल→

$\frac{1}{v}=\frac{2}{5}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

$R.H.S.=\frac{2}{5}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

$=\frac{2}{5}\left(\frac{bc+ca+ab}{abc}\right)$

$=\frac{S}{S}\frac{1}{abc}\quad[\Theta S=2(ab+bc+ca)]$

$=\frac{1}{v}\quad[\Theta V=abc]$

= L.H.S.

प्र.21 दो घन जिसकी भुजा प्रत्येक 15 से.मी. हैं, जिसे आपस में सिरों पर जोड़ दिया गया है। इस प्रकार प्राप्त घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (4)

हल→

घनाभ में $l=30cm\quad b=15cm\quad h=15cm$

संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

$=2(lb+bh+hl)$

$=2(30\times15+15+\times15+15\times30)$

$=2(450+225+450)$

$=2(1125)$

$=2250cm^2$

अभीष्ट क्षेत्रफल $=2250cm^2$ ।

अथवा

8 से.मी. त्रिज्या के लोहे के गोले को गलाकर 1 से.मी. त्रिज्या के कितने गोले बनाए जा सकते हैं?

हल→

एक बड़े गोले से जितने छोटे गोले बनेगे उनका आयतन बड़े गोले में आयतन के बराबर होगा।

बड़े गोले का आयतन $=\frac{4}{3}\pi(8)^3$

$=\frac{4}{3}\pi(512)cm^3$

छोटे गोले का आयतन $=\frac{4}{3}\pi(1)^3$

$=\frac{4}{3}\pi\, cm^3$

छोटे गोलों की संख्या $=\frac{\frac{4}{3}\pi\times 512}{\frac{4}{3}\pi}$

$=512$ (Ans.)

प्र.22 $\frac{x^3-1}{x^2+2}$ में कौन सा परिमेय व्यंजक जोड़ा जाए कि $\frac{2x^3-x^2+3}{x^2+2}$ प्राप्त हो? (5)

हल→

मान लीजिए परिमेय व्यंजक $\frac{P(x)}{Q(x)}$ जोड़ा जाए

तो प्रश्नानुसार

$$\frac{x^3-1}{x^2+2}+\frac{p(x)}{q(x)}=\frac{2x^3-x^2+3}{x^2+2}$$

$$\frac{p(x)}{q(x)}=\frac{2x^3-x^2+3}{x^2+2}-\frac{x^3-1}{x^2+2}$$

$$=\frac{\left(2x^3-x^2+3\right)-\left(x^3-1\right)}{\left(x^2+2\right)}$$

$$=\frac{2x^3-x^2+3-x^3+1}{x^2+2}$$

$$=\frac{x^3-x^2+4}{x^2+2}$$

अभीष्ट व्यंजक $=\frac{x^3-x^2+4}{x^2+2}$

अथवा

गुणनखण्ड कीजिए $a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+3abc.$

हल→

$$a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+3abc$$
$$=a^2(b+c)+abc+b^2(c+a)+abc+c^2(a+b)+abc$$
$$=a(ab+ca+bc)+b(bc+ab+ca)+c(ca+bc+ab)$$
$$=a(ab+bc+ca))+b(ab+bc+ca)+c(ab+bc+ca)$$
$$=(ab+bc+ca)(a+b+c)$$

अभीष्ट गुणनखण्ड $=(ab+bc+ca)(a+b+c)$

प्र.23 एक संख्या और उसके व्युत्क्रम का योग $\frac{26}{5}$ हैं। संख्या ज्ञात कीजिए। (5)

हल→

मान लीजिए संख्या $=x$ तो इसका व्युत्क्रम $=\frac{1}{x}$

प्रश्नानुसारः $x+\frac{1}{x}=\frac{26}{5}$

$$x^2+1=\frac{26}{5}x$$
$$5x^2+5=26x$$
$$5x^2+26x+5=0$$
$$5x^2+25x+x+5=0$$
$$5x+(x+5)+1(x+5)=0$$
$$(5x+1)(x+5)=0$$

या तो $5x+1=0$ अथवा $x+5=0$

$5x=-1$ $\qquad$ $x=-5$

$x=\frac{-1}{5}$

अथवा

हल कीजिए।

$\sqrt{3x^2-2}+1=2x.$

हल→

$\sqrt{3x^2-2}+1=2x$

$\sqrt{3x^2-2}=2x-1$

दोनो और वर्ग करने पर

$3x^2-2=(2x-1)^2$

$=4x^2-4x+1$

$=4x^2-3x^2-4x+1+2=0$

$x^2-4x+3=0$

$=x^2-3x-x+3=0$

$x(x-3)-1(x-3)=0$

$(x-3)(x-1)=0$

या $x-3=0$ या $x-1=0$

$x=3$ $x=1$

x के अभीष्ट मान $=3$ एवं।

प्र.24 रूपये 40, 000 की मोटर साइकिल का 10 प्रतिशत घसारे की दर से 3 वर्ष बाद का मूल्य तथा घसारा ज्ञात करो। (5)

हल→

सूत्र $V_t=V_o\left(1-\frac{r}{100}\right)^t$

मान रखने पर

$V_t=4000\left(1-\frac{10}{100}\right)^3$

$=4000\left(\frac{9}{10}\right)^3$

$=4000\left(\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\right)$

$=29160$

कुल मूल्य हास = प्रारंभिक मूल्य - अंतिम मूल्य

= 40000 - 29160

= 10,840 रूपये

अभीष्ट मूल्य हास = 10,840 रूपये

मूल्य हास के बाद अभीष्ट मूल्य = 29160 रूपये

अथवा

रूपये 2,000 पर 10 प्रतिशत प्रति वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष का मिश्रधन व चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल→

यहाँ $p = 2000cm.$

$r = 10\%$

$n = 2$ वर्ष

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^h$$

$$= P\left(1+\frac{10}{100}\right)^2$$

$$= P\left(\frac{11}{10}\right)^2$$

$$= 2000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$$

$$= 121 \times 20$$

$$= 2420 \text{ रु.}$$

चक्रवृद्धि ब्याज = चक्रवृद्धि मित्रधन - मूलधन

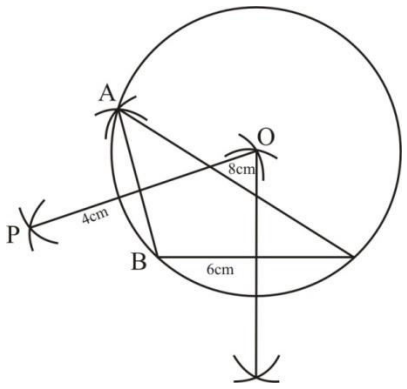
$$= 2163 - 2000$$

$$= 163 \text{ रु.}$$

अभीष्ट चक्रवृति ब्याज $= 163$ रु.

चक्रवृद्धि मित्रधन $= 2163$ रु.

प्र.25 एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसमें भुजायें 4 से.मी., 6 से.मी., और 8 से.मी. हैं। इसका परिगत वृत्त खींचिये। रचना के पद भी लिखिए। (5)



रचना:

(1) $BC = 6cm$ का एक रेखाखण्ड खींचा।

(2) B को केन्द्र लेकर $BA = 4cm$ की त्रिज्या से तथा C को केन्द्र लेकर $CA = 8cm$ की त्रिज्या से चाप खीचे जो एक दूसरे को A पर प्रतिच्छेद करते है।

(3) AB एवं AC को मिलाया। इस प्रकार ΔABC की रचना हुई।

(4) भुजा AB एवं BC के लम्ब समद्विभाजक PQ एवं RS खींचे जो एक दूसरे को O बिन्दु पर काटते है।

(5) O को केन्द्र मानकर OA की लम्बाई के बराबर त्रिज्या लेकर एक वृत खींचा जो शीर्ष A, B एवं C से होकर जाता है।

अथवा

त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें $BC = 6.5$ से.मी., $\angle A = 60^0$ और माध्यिका $AD = 4.5$ से.मी.।

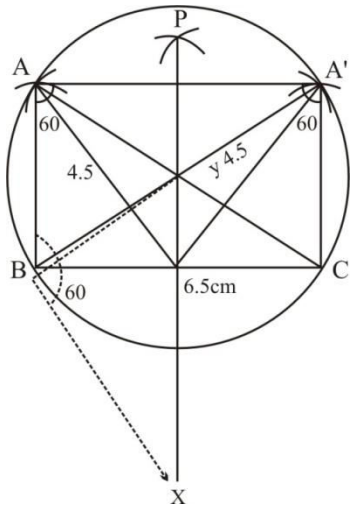
रचनाः-

(1) $BC = 6.5cm$ का एक रेखाखण्ड खींचिए

(2) BC के बिन्दु B पर नीचे की ओर BC के साथ 60^0 का कोण बनाते हुए एक किरण BX खींचिए।

(3) बिन्दु B पर किरण $BY \perp BX$ खीचिए।

(4) BC की लम्ब समद्विभाजक PQ रेखा खींचिए, जो रेखाखण्ड BC को बिन्दू D पर तथा किरण BY को बिन्दू O पर प्रतिच्छेद करती है।



(5) O को केन्द्र लेकर तथा OB दूरी के बराबर त्रिज्या लेकर एक वृतखण्ड बनाइए।

(6) D को केन्द्र लेकर $AD = 4.5cm$ के बराबर त्रिज्या लेकर चाप खींचिए जो वृतखण्ड को A एवं A^0 बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

(7) A एवं A^0 को B एवं C से मिलाइए। ΔABC एवं $A'BC$ अभीष्ट त्रिभुज है।

प्र.26 सारणी का प्रयोग किए बिना सिद्ध कीजिए की (5)

$$\frac{\sin 70^0}{\cos 20^0} + \frac{\cos ec 20^0}{\sec 70^0} - 2\cos 70 \cos ec\, 20^0 = 0$$

हल→

$$\frac{\sin 70^0}{\cos 20^0}+\frac{\operatorname{cosec} 20^0}{\sec 70^0}-2\cos 70\operatorname{cosec} 20^0=0$$

$$L.H.S.=\frac{\sin 70}{\cos 20}+\frac{\operatorname{cosec} 20^0}{\sec 70}-2\cos 70\operatorname{cosec} 20$$

$$=\frac{\sin(90-20)}{\cos 20}+\frac{\operatorname{cosec} 20}{\sec(90-20)}-2\cos(90-20)\operatorname{cosec} 20$$

$$=\frac{\cos 20}{\cos 20}+\frac{\operatorname{cosec} 20}{\operatorname{cosec} 20}-2\sin 20\times\frac{1}{\sin 20}$$

$$=1+1-2\times 1=2-2=0$$

R.H.S.

L.H.S. = R.H.S.

अथवा

सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1+\cos A}{\sin A}+\frac{\sin A}{1+\cos A}=\frac{2}{\sin A}$$

हल→

$$\frac{1+\cos A}{\sin A}+\frac{\sin A}{1+\cos A}=\frac{2}{\sin A}$$

$$L.H.S.=\frac{1+\cos A}{\sin A}+\frac{\sin A}{1+\cos A}$$

$$=\frac{(1+\cos A)^2+\sin^2 A}{\sin A(1+\cos A)}$$

$$=\frac{1+2\cos A+\cos^2 A+\sin^2 A}{\sin A(1+\cos A)}$$

$$=\frac{1+2\cos A+1}{\sin A(1+\cos A)}$$

$$=\frac{2+2\cos A}{\sin A(1+\cos A)}$$

$$=\frac{2(\cancel{1+\cos A})}{\sin A(\cancel{1+\cos A})}$$

$$=\frac{2}{\sin A}$$

R.H.S.